

*Danfoss*

R. Caspersen

STATISTISK BEHANDLING AF FORSØGSRISULTATER

Inlæg ved Dansk Metallurgisk Selskabs Vintermøde

Januar 1972

R.Caspersen

1. SAMMENHÆNGEN  
MELLEMLØS  
SØGSARBEJDETS  
AKTIVITETER
- En forudsætning for gennemførelse af en rationel og relevant statistisk analyse af forsøgsresultater er en omhyggelig forsøgsplanlægning før forsøgets start og en rigoristisk opfølgning under forsøgets gennemførelse.

Et forsøg kan opdeles i fem faser <sup>1)</sup>:

PROBLEMFÖRMULERING

FÖRSÖGSPLANLÄGNING

FÖRSÖGETS GENNEMFÖRELSE

ANALYSE AF FÖRSÖGSRESULTATER

KONKLUSION

Formålet med forsøgsplanlægningen er at sikre, at man ved forsøgets gennemførelse får indhentet den information, der er behov for i h.t. problemformuleringen, og at denne information indhentes med den mindst mulige økonomiske indsats. Forsøgsplanlægningen skal endvidere sikre, at analysen af forsøgsresultaterne kan foretages rationelt, hvilket i mange tilfælde vil sige ved hjælp af EDB standardprogrammer.

1) Henvisning [2]

2. FÖRSÖGSPLANLÄGNINGEN
- Indenfor forsøgsplanlægningen betjener man sig af et særligt begrebsapparat, hvoraf de væsentligste begreber vil blive defineret nedenfor.

Definitioner

Ethvert forsøg vil bestå af en række delforsøg. Hvert delforsøg vil give et forsøgsresultat.

Et delforsøg udføres under visse forsøgsbetingelser. Den del af forsøgsbetingelserne, man varierer for at få information om denne

R.Caspersen

variations indflydelse på forsøgsresultatet, kaldes behandlingen. Alle øvrige forsøgsbetingelser sammenfattes i begrebet forsøgsenheden.

Et antal delforsøg, der udføres med samme behandling, kaldes gentagelser.

De behandlinger, man vil gennemføre i forsøget, angives ved de faktorer, man vil undersøge, og det antal niveauer man har i hver faktor.

Det anbefales altid at planlægge forsøg, så de har fuldstændig faktorstruktur, hvilket vil sige, at ethvert niveau i hver faktor kombineres med alle niveauer i de øvrige faktorer.

Hvis ikke der er særdeles vægtige argumenter for det modsatte i den aktuelle problemstilling, anbefales det tillige at udføre alle behandlinger med samme antal gentagelser.

Anvendelse af ovenstående begrebsapparat vil blive illustreret ved et simpelt eksempel.

#### Eksempel

En ingeniør i kvalitetsafdelingen, hr. Q, har fået til opgave at undersøge, om kvaliteten af båndstål fra en ny leverandør er ligeså god som den hidtil benyttede leverandørs.

Hr. Q har netop afsluttet et kursus i forsøgsplanlægning og er fast besluttet på at gribe sagen professionelt an.

Materialet skal bl.a. gennemgå en undersøgelse af svingstyrken.

R. Caspersen

Problemformulering

- a. Hr. Q når frem til følgende problemformulering:  
Forsøget har en faktor, nemlig stålqualiteten.  
Faktoren har to niveauer, materiale fra den nye leverandør og fra den gamle leverandør.

Forsøgsplanlægningen

- b. Forsøgsplanlægning:  
Da der kun er en faktor, er behandlingsstrukturen givet, nemlig S1 for den ene stålqualitet og S2 for den anden. Antallet af gentagelser bør principielt vælges på grundlag af et krav om, hvor små forskelle i de to stålqualiteters egenskaber man ønsker at kunne bestemme. En detaljeret diskussion om dette vil ikke blive anført i denne sammenhæng, der kan f.eks. henvises til [2] side 6. Resultatet af hr. Q's overvejelser er 40 gentagelser for hver stålqualitet. Svingstyrken bestemmes på en maskine, hvorpå der kan opsættes 8 emner ad gangen. På maskinen udsættes emnerne for en bestemt udbøjning (spændingen  $\sigma_{mid} = 0$ ), og med en frekvens på ca. 25 Hz, påvirkes udbøjningen til  $2 \cdot 10^6$  påvirkninger. Afprøvningen gennemføres på 5 spændingsniveauer, og på hvert niveau bestemmes antal brudte emner ved  $2 \cdot 10^6$  (se fig. 1).

*p. gr. af  
Danfoss arbejdsstyrke:  
Svarer til 20 pr uge  
i 2 uge*

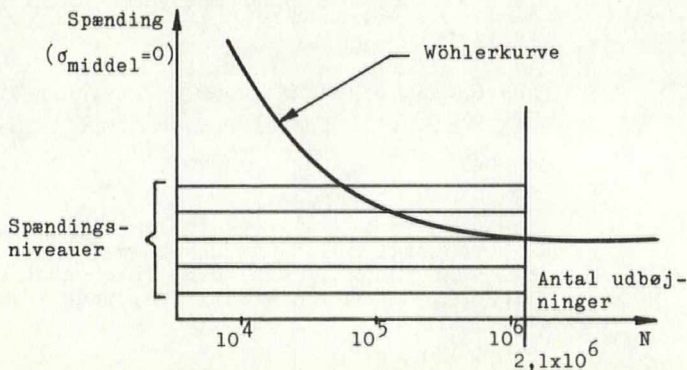


Fig. 1. Wöhlerkurve, spændingsniveauer.

Randomisering

Hr. Q fastlægger spændingsniveauerne ud fra sin erfaring med det gamle materiale. Afprøvningen på de 5 spændingsniveauer gennemføres i tilfældig orden for på

R.Caspersen

forhånd at forhindre, at afprøvningsrækkefølgen skal få indflydelse på bedømmelsen af behandlingernes virkning. Planlægningsarbejdet kan sammenfattes i to små skemaer (fig. 2 og 3).

Spændingsniveau nr.	Spænding kp/mm <sup>2</sup>	Udbøjning mm
1	66	5,0
2	69	5,2
3	72	5,4
4	75	5,6
5	78	5,8

Fig. 2. Spændingsniveauer

Afprøvning nr.	Spændingsniveau nr.	1.kørsel	2.kørsel
1	4	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>
2	1	S <sub>2</sub>	S <sub>1</sub>
3	5	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>
4	3	S <sub>2</sub>	S <sub>1</sub>
5	2	S <sub>2</sub>	S <sub>1</sub>

Fig. 3. Randomisering af afprøvningsrækkefølge.

### 3. OPFØLGNING UNDER GEN- NEMFØRELSEN

Opfølgningen under forsøgets gennemførelse skal sikre, at gyldigheden af forsøgets resultat og den deraf afledte konklusion ikke kan anfægtes. De aktiviteter, der er tilknyttet opfølgningen kan opdeles i tre punkter:

- a. Forsøgsplanen skal følges i alle planlagte detaljer. Forsøgsplanlæggeren skal forvisse sig om, at de behandlinger, der er planlagt, bliver udført i den rigtige rækkefølge.
- b. Forsøgsresultaternes registrering skal være korrekt. Forsøgsplanlæggeren skal sikre, at dataregistreringen sker på en sådan måde, at der er god sikkerhed for,

## R.Caspersen

at det er de rigtige egenskaber, der registreres. Yderligere skal han sikre, at registreringen sker på en måde, der er hensigtsmæssig for den senere analyse.

- c. Uforudsete hændelser skal registreres. Forsøgsplanlæggeren skal sikre, at han får information om uforudsete hændelser, der kan have betydning for forsøget, og at disse hændelser registreres, så der kan tages hensyn til dem ved analyse og konklusion.

Eksempel

Hr. Q følger omhyggeligt arbejdet i laboratoriet. Til registreringen har han udarbejdet et skema (fig. 4).

Afprøvning nr.	Plads nr. på mask.	Spændingsniveau	Behandling	Antal udbøjninger ved brud	Afprøvning nr.	Plads nr. på mask.	Spændingsniveau	Behandling	Antal udbøjninger ved brud
1	9	4	S1	56840	3	4	5	S2	26340
1	1	4	S1	33330	3	4	5	S2	21240
1	7	4	S1	49980	3	7	5	S2	93710
1	8	4	S1	73990	3	6	5	S2	29280
1	2	4	S1	31400	3	7	5	S2	64140
1	7	4	S1	37600	4	7	3	S2	77950
1	8	4	S1	37770	4	6	3	S2	127950
1	7	4	S2	33850	4	1	3	S2	120930
1	5	4	S2	46260	4	2	3	S2	54370
1	2	4	S2	56660	4	2	3	S2	263490
1	6	4	S2	89290	4	4	3	S1	98440
1	4	4	S2	163980	4	1	3	S1	51390
1	6	4	S2	50010	4	3	3	S1	77950
2	2	1	S2	1760080	4	3	3	S1	82970
2	7	1	S2	202020	4	4	3	S1	32910
2	8	1	S2	52570	4	5	3	S1	381530
3	3	5	S1	69140	5	4	2	S2	703500
3	6	5	S1	30060	5	4	2	S2	79970
3	3	5	S1	45610	5	3	2	S2	332320
3	8	9	S1	44690	5	7	2	S1	637190
3	2	5	S1	41620	5	7	2	S1	130050
3	5	5	S1	43760	5	5	2	S1	637140
3	1	5	S1	47560					
3	1	5	S1	62760					
3	5	5	S2	33770					
3	2	5	S2	29610					

Fig. 4. Registrering af resultater.

ialt 48

R.Caspersen

De resultater, der fås af forsøget fremgår i fig. 4.

4. DEN STATISTI-  
SKE ANALYSE

Den statistiske analyse skal sammenfatte delforsøgenes resultater på en sådan måde, at der er dannet et godt grundlag for konklusionen.

Den væsentligste egenskab ved den statistiske analyse er, at man får et udsagn om, hvor betydningsfuld (signifikant) forskellen mellem behandlingerne er. I slutningen af dette afsnit er de vigtigste analysemetoder nævnt med nogle væsentlige karakteristiker.

Eksempel

Hr. Q står nu foran analysen af sit materiale. Da forsøget kun indeholder en faktor er problemstillingen enkel, idet han blot skal undersøge forskellen mellem de to stålmaterialers mediane svingstyrke.

Analysen

Analysen gennemføres dels ved en grafisk og dels ved en numerisk beregning.

Behandling S <sub>1</sub>			Behandling S <sub>2</sub>		
Spænd. niveau	Ant. brud	Rang <sup>2)</sup> %	Spænd. niveau	Ant. brud	Rang <sup>2)</sup> %
1	0	0	1	2	20,2
2	3	32,1	2	3	32,1
3	6	67,9	3	5	56,0
4	7	79,8	4	6	67,9
5	8	91,7	5	8	91,7

2) Henvi<sup>alt 24</sup>sning [7]. <sup>alt 24</sup>

Fig. 5 Sammendrag af forsøgsresultatet.

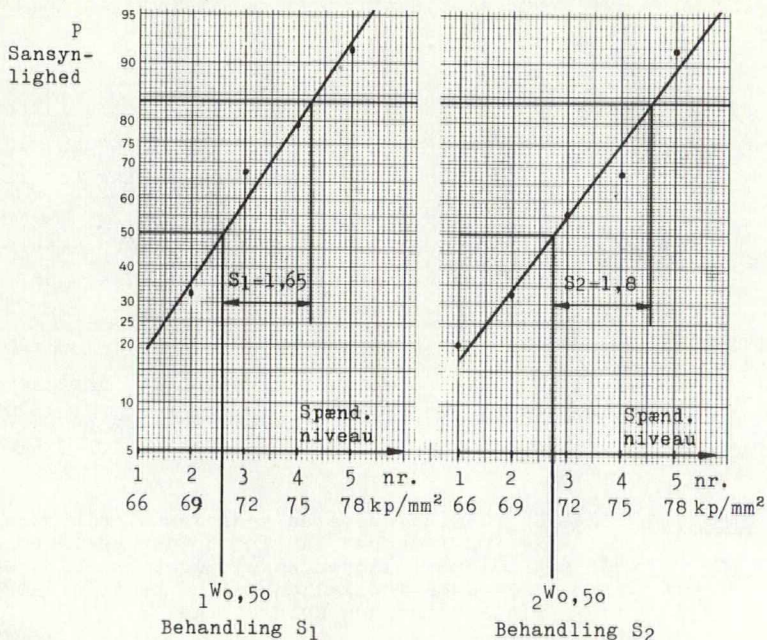


Fig. 6. Beregning på sandsynlighedspapir 3)

Numerisk  
beregning

F-test for hypotese om ens varians:

$$F = \frac{(1.8)^2}{(1.65)^2} = 1.19 < \underline{\underline{F_{0.70}(23,23)}}$$

t-test for hypotesen om ens middelværdier:

$$t(23) = \frac{2^{W_{0.50}} - 1^{W_{0.50}}}{S \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}}$$

$$n_1 = n_2 = 24;$$

$$S = \sqrt{(23 \cdot S_1^2 + 23 \cdot S_2^2) / (23 + 23)} = 1.727$$

$$t(23) = \frac{2.75 - 2.6}{1.727 \cdot \sqrt{1/12}} = 0.301 < \underline{\underline{t_{0.70}(23)}}$$

3) Henvisning [6] .

R.Caspersen

- Kommentar            Analysen viser, at der ikke er signifikant forskel på de to materialers svingstyrke.
- Analysemetoder I det følgende vil de væsentligste statistiske analysemetoder blive nævnt. Listen må ikke betragtes som udtømmende, der findes mange andre metoder.
- t-test                    Den ovenfor gennemførte analyse kaldes et t-test. Metoden kan anvendes i de tilfælde, hvor behandlingsstrukturen er meget enkel, kun en faktor med kun to niveauer.
- Variansanalyser        Er forsøgets behandlingsstruktur mere kompliceret, flere faktorer med flere niveauer, analyseres forsøgsresultatet ved variansanalyser. Variansanalysen giver oplysning om faktorernes indflydelse enkeltvis, og om der er betydningsfulde vekselvirkninger mellem faktorer. Analysen kan anvendes både ved forsøg med kvalitative faktorer (f.eks. forskellige slags stålmaterialer, forskellige slags ståltyper) og kvantitative faktorer (faktorernes niveauer er målbar størrelser). *eksempel*
- Regressionsanalyser    Regressionsanalyser har betydning ved mere komplicerede forsøg, men kan også anvendes ved helt simple problemer. Kan kun anvendes, når faktorerne kan beskrives kvantitativt. Regressionsanalysen giver oplysninger om kvantitative sammenhæng mellem faktorerne, de variable.
- Regnemidler            Udviklingen indenfor EDB har været meget fremmede for mulighederne for gennemførelse af statistiske analyser.

R.Caspersen

Tidligere var det næsten umuligt at gennemføre blot lidt komplicerede beregninger. I dag er beregningsarbejdet overhovedet intet problem. Der er udviklet et væld af standardprogrammer, som er let tilgængelige. Der skal kun påpeges en fare: Hvis man laver komplicerede forsøg, kan det måske engang imellem være fristende at gå for let henover granskningen af analyseresultatet, før konklusionen afgives, fordi analysen er så let at gennemføre.

## 5. KONKLUSIONEN

Konklusionen skal til en eller anden omverden informere om forsøgets resultat. I de fleste tilfælde vil det være rigtigt at afgive den i et let tilgængeligt sprog, for at sikre, at ikke statistisk uddannede kan forstå den. Lad os se på Hr. Q's konklusion.

### Eksempel

Den statistiske analyses udsagn fortæller Hr. Q, at det nye materiales svingstyrke er god nok. Hans konklusion bliver derfor:

Det gennemførte forsøg viser, at svingstyrken for båndstål fabrikat S2 er ligeså god, som det materiale vi indtil nu har anvendt.

## 6. AFSLUTNING

Det er for de fleste med forsøgsplanlægning og statistisk analyse, som med at dyrke motionsgymnastik: Det er svært at komme igang med det, men har man først fået smag på det, kan man ikke undvære det. Erfaringen viser, at disse metoder i alt for ringe grad udnyttes.

Hvordan kommer man igang?

Start med den grundlæggende statistik f. eks. [3] og [4]. Derefter et kursus f.eks.

R.Caspersen

[2]. Med den baggrund vil de fleste kunne udnytte metoden i det daglige arbejde, det gælder såvel konstruerende ingeniører, kvalitets ingeniører som metallurger, og reducere omkostningerne ved forsøgsarbejdet og samtidig øge informationsudbyttet.

7. HENVISNINGER  
TIL KURSER OG  
LITTERATUR

- [1] DIF: Grundkursus i statistik.  
(Giver en indføring i de grundlæggende begreber indenfor statistikken).
- [2] DIF: Kursus i statistisk forsøgsplanlægning.  
(Giver deltagerne en baggrund, der sætter den <sup>erhævede</sup> stand til i praksis at opstille relevante forsøgsplaner).
- [3] I.Holmberg, L.Holmberg, L.Jivén og J.E.Svensson: Programmerede statistiske grundbegreber. (Akademisk forlag 1968).  
(Giver en hurtig og grundig indføring i de grundlæggende statistiske begreber, særdeles velegnet til selvstudium (gennemsnitlig studietid 14 timer)).
- [4] A.Hald: Statistiske metoder (Akademisk forlag 1968).  
(Håndbogen for den, der anvender statistik i praksis. Til bogen hører et uundværligt tabelværk).
- [5] E.Harsaae: Statistisk forsøgsmetodik (Teknisk forlag 1966).  
(Også en god håndbog for den, der anvender statistik).

R.Caspersen

Dette er de vigtigste dansksprogede kilder. Hertil kan føjes en lang række engelsksprogede værker, som i vid udstrækning har dannet grundlag for den danske litteratur, f. eks. af forsøgsplanlægningens fader, R.A. Fisker. Disse værker er imidlertid så omhyggeligt refereret og kommenteret i den dansksprogede litteratur, at en henvisning her skønnes overflødig.

Vedrørende materialeprøvning kan henvises til:

- [6] ASTM: STP 91A, A Guide in Fatigue Testing and the Statistical Analysis of Fatigue Data.
- [7] L.G.Johnson: The Statistical Treatment of Fatigue Experiments (Elsevier Publishing Company, Amsterdam, New York, London, 1964).